



ALGÈBRE LINÉAIRE ET GÉOMÉTRIE VECTORIELLE

André Ross

Applications en
sciences de la nature



les éditions
Le Griffon d'argile

Avec laboratoires Maple et Excel

Table des sujets

CHAPITRE 1

MATRICES

1.0	PRÉAMBULE	1
1.1	MATRICES	3
	Mise en situation	3
	Opérations sur les matrices	4
	Propriétés de l'addition et de la multiplication par un scalaire	7
	Matrices particulières	7
	James Joseph Sylvester (note historique)	9
1.2	EXERCICES	9
1.3	MULTIPLICATION DE MATRICES	11
	Mise en situation (suite)	11
	Propriétés de la multiplication des matrices	13
	Propriétés associées à la transposition des matrices	13
	Mise en situation (suite)	13
	Multiplication de matrices carrées	15
	Arthur Cayley (note historique)	16
1.4	EXERCICES	17
	RÉSUMÉ DU CHAPITRE 1	19
	VOCABULAIRE EMPLOYÉ DANS LE CHAPITRE 1	20
	PRÉPARATION À L'ÉVALUATION	21

CHAPITRE 2

SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES

2.0	PRÉAMBULE	23
2.1	SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES	25
	Résolution de systèmes d'équations linéaires	25
	Systèmes de deux équations à deux inconnues	25
	Systèmes de trois équations à trois inconnues	28
	Systèmes d'équations linéaires et matrices	29
	Méthode de Gauss	29
	Problème de production et matrices	33
	Transformation d'équations matricielles	34
	Carl Friedrich Gauss (note historique)	36
2.2	EXERCICES	36
2.3	MÉTHODE DE GAUSS-JORDAN ET APPLICATIONS	40
	Méthode de Gauss-Jordan	40
	Chaînes de Markov	40
	Mise en situation	41
	Mise en situation (suite)	43
	Recherche du point invariant	44
	Andreï Andreïevitch Markov (note historique)	45

	Équations chimiques	45
	Débits dans un réseau	46
	Analyse de circuits	47
	Analyse par les branches	48
	Analyse par les mailles	50
	Gustav Robert Kirchhoff (note historique)	52
	Georg Simon Ohm (note historique)	52
2.4	EXERCICES	53
	RÉSUMÉ DU CHAPITRE 2	55
	VOCABULAIRE EMPLOYÉ DANS LE CHAPITRE 2	55
	PRÉPARATION À L'ÉVALUATION	57

CHAPITRE 3

DÉTERMINANT ET MÉTHODE DE CRAMER

3.0	PRÉAMBULE	59
3.1	DÉTERMINANT	61
	Mise en situation	61
	Déterminant d'ordre 2	62
	Déterminant d'ordre n	63
	Développement de Laplace	64
	Matrice des cofacteurs et matrice adjointe	66
	Pierre Simon de Laplace (note historique)	67
3.2	EXERCICES	67
3.3	PROPRIÉTÉS DES DÉTERMINANTS	69
	Énoncé et utilisation des propriétés	69
	Calcul du déterminant à l'aide des propriétés	73
	Propriétés des déterminants et des opérations matricielles	74
	Méthode de Cramer	75
	Gabriel Cramer (note historique)	77
3.4	EXERCICES	77
	RÉSUMÉ DU CHAPITRE 3	79
	VOCABULAIRE EMPLOYÉ DANS LE CHAPITRE 3	79
	PRÉPARATION À L'ÉVALUATION	80

CHAPITRE 4

MATRICE INVERSE

4.0	PRÉAMBULE	81
4.1	INVERSION DE MATRICES	83
	Méthode de Gauss-Jordan	83
	Mise en situation	83
	Matrice inverse et système d'équations linéaires	84
	Théorèmes et propriétés	86
	Méthode de la matrice adjointe	88
	Matrice inverse et matrice adjointe d'ordre 2	88
	Matrice inverse et matrice adjointe d'ordre n	89
	Inversion et matrice nilpotente	90
	Matrices et déterminants (note historique)	91
4.2	EXERCICES	91
4.3	MATRICE INVERSE ET APPLICATIONS	93
	Cryptographie (mise en situation)	93
	Chaînes de Markov	94
	Matrice inverse et point invariant	94
	Matrice inverse et analyse de circuits	96

	Colin MacLaurin (note historique)	98
	Message codé (note historique)	99
	Tableau de conversion binaire (note)	99
4.4	EXERCICES	100
	RÉSUMÉ DU CHAPITRE 4	104
	VOCABULAIRE EMPLOYÉ DANS LE CHAPITRE 4	104
	PRÉPARATION À L'ÉVALUATION	105

CHAPITRE 5

VECTEURS GÉOMÉTRIQUES

5.0	PRÉAMBULE	107
5.1	VECTEURS GÉOMÉTRIQUES	109
	Vecteur géométrique	109
	Opérations sur les vecteurs géométriques	111
	Propriétés des opérations sur les vecteurs géométriques	114
	Parallélisme	115
	Vecteurs et démonstration de propriétés	116
	Lieu géométrique	118
	HÉRON d'Alexandrie (note historique)	120
5.2	EXERCICES	121
5.3	COMBINAISONS LINÉAIRES DE VECTEURS GÉOMÉTRIQUES	124
	Mise en situation	124
	Dépendance linéaire et indépendance linéaire	124
	Vecteurs colinéaires et dépendance linéaire	126
	Vecteurs coplanaires et dépendance linéaire	127
	Base et repère d'une droite	128
	Base et repère d'un plan	129
	Base et repère de l'espace	132
	Vecteurs et forces	134
	Polygone des forces	134
	Composantes d'un mouvement, note historique	137
	Roberval et la tangente	137
	ISAAC NEWTON (note historique)	138
5.4	EXERCICES	138
	RÉSUMÉ DU CHAPITRE 5	142
	VOCABULAIRE EMPLOYÉ DANS LE CHAPITRE 5	143
	PRÉPARATION À L'ÉVALUATION	144

CHAPITRE 6

VECTEURS ALGÈBRIQUES

6.0	PRÉAMBULE	145
6.1	VECTEURS ALGÈBRIQUES	147
	Vecteurs algébriques dans \mathbb{R}^2	147
	Opérations sur les vecteurs algébriques dans \mathbb{R}^2	148
	Propriétés des opérations	150
	Localisation d'un vecteur géométrique dans \mathbb{R}^2	151
	Vecteurs algébriques dans \mathbb{R}^3	153
	Module d'un vecteur algébrique dans \mathbb{R}^3	154
	Vecteurs algébriques dans \mathbb{R}^n	156
	Vecteurs et systèmes de coordonnées	158
	Représentations d'un vecteur dans \mathbb{R}^2	158
	René DESCARTES (note historique)	162
6.2	EXERCICES	163

6.3	COMBINAISONS LINÉAIRES DE VECTEURS ALGÈBRIQUES	167
	Combinaison linéaire et vecteur engendré	167
	Dépendance linéaire et indépendance linéaire	170
	Pierre de FERMAT (note historique)	173
6.4	EXERCICES	174
	RÉSUMÉ DU CHAPITRE 6	175
	VOCABULAIRE EMPLOYÉ DANS LE CHAPITRE 6	175
	PRÉPARATION À L'ÉVALUATION	176

CHAPITRE 7

ESPACES VECTORIELS

7.0	PRÉAMBULE	177
7.1	STRUCTURE D'ESPACE VECTORIEL	179
	Espace vectoriel	179
	Sous-espace vectoriel	180
	Base et dimension d'un espace vectoriel	181
	Sous-espaces vectoriels engendrés	185
	Sous-espace engendré par un vecteur	185
	Sous-espace engendré par deux vecteurs	186
	Sous-espace engendré par trois vecteurs	187
	Description vectorielle de lieux géométriques	190
	Description d'un parallélogramme	190
	Description d'un parallélépipède	190
	Description d'un triangle	191
	Description d'une pyramide à base triangulaire	191
	Hermann GRASSMANN (note historique)	192
7.2	EXERCICES	192
7.3	TRANSFORMATIONS	195
	Translations	195
	Transformations linéaires	196
	Mise en situation	197
	Représentation par une matrice	199
	Transformations particulières	200
	Sous-espaces associés à une transformation linéaire	202
	Noyau d'une transformation linéaire	203
	Image d'une transformation linéaire	204
	Algèbre des transformations linéaires	207
	Transformation linéaire inversible	210
	Giuseppe Peano (note historique)	210
7.4	EXERCICES	211
	RÉSUMÉ DU CHAPITRE 7	214
	VOCABULAIRE UTILISÉ DANS LE CHAPITRE 7	214
	PRÉPARATION À L'ÉVALUATION	216

CHAPITRE 8

NOMBRES COMPLEXES

8.0	PRÉAMBULE	217
8.1	NOMBRES COMPLEXES	219
	Introduction	219
	Opérations sur les nombres complexes	221
	Addition de nombres complexes	221
	Multiplication par un scalaire	221
	Nombre conjugué	222

	Produit de nombres complexes	223
	Quotient de nombres complexes	224
	Résolution d'équations dans \mathbf{C}	225
	Nombres complexes (note historique)	226
8.2	EXERCICES	227
8.3	MÉTAMORPHOSE DES NOMBRES COMPLEXES	228
	Forme trigonométrique des nombres complexes	228
	Égalité de nombres complexes sous forme trigonométrique	230
	Forme polaire	230
	Puissance d'un nombre complexe	232
	Théorème de Moivre	233
	Racines d'un nombre complexe	234
	Forme exponentielle	235
	Abraham DE MOIVRE (note historique)	236
8.4	EXERCICES	237
	RÉSUMÉ DU CHAPITRE	238
	VOCABULAIRE EMPLOYÉ DANS LE CHAPITRE 8	239
	PRÉPARATION À L'ÉVALUATION	240

CHAPITRE 9

PRODUITS DE VECTEURS

9.0	PRÉAMBULE	241
9.1	PRODUIT SCALAIRE	243
	Produit scalaire de vecteurs algébriques	243
	Mise en situation	243
	Définition du produit scalaire	243
	Propriétés du produit scalaire	244
	Produit scalaire de vecteurs géométriques	244
	Produit scalaire nul	246
	Interprétation géométrique du produit scalaire	247
	Projection orthogonale d'un vecteur	248
	Produit scalaire et travail	250
	Jérôme CARDAN (note historique)	252
9.2	EXERCICES	252
9.3	PRODUIT VECTORIEL	256
	Produit vectoriel de vecteurs algébriques	256
	Propriétés du produit vectoriel	256
	Module du produit vectoriel	257
	Sens du produit vectoriel	258
	RÈGLE DU TIRE-BOUCHON	258
	Produit vectoriel nul	259
	Interprétation géométrique du produit vectoriel	260
	Moments	263
	Moment et composantes	264
	Pierre VARIGNON (note historique)	266
	Résultante de forces coplanaires non concourantes	267
	Analyse des forces dans un système en équilibre	269
	Induction électromagnétique et courant alternatif (note historique)	272
9.4	EXERCICES	274
	RÉSUMÉ DU CHAPITRE 9	277
	VOCABULAIRE EMPLOYÉ DANS LE CHAPITRE 9	278
	PRÉPARATION À L'ÉVALUATION	279

CHAPITRE 10

LA DROITE DANS \mathbb{R}^2

10.0	PRÉAMBULE	281
10.1	ÉQUATIONS DE DROITES DANS \mathbb{R}^2	283
	Équation cartésienne d'une droite dans \mathbb{R}^2	283
	Vecteur normal	283
	Équations vectorielles et paramétriques d'une droite dans \mathbb{R}^2	284
	Vecteur directeur	284
	Équations symétriques de droites dans \mathbb{R}^2	286
	Positions relatives de droites dans \mathbb{R}^2	287
	Droites parallèles	286
	Droites concourantes	288
	Nicole ORESME (note historique)	289
10.2	EXERCICES	290
10.3	ANGLES ET DISTANCES DANS \mathbb{R}^2	292
	Angle entre deux droites	292
	Vecteurs normaux	292
	Vecteurs directeurs	293
	Distance d'un point à une droite de \mathbb{R}^2	294
	Le point le plus rapproché	295
	Famille de droites et faisceau de droites	297
	Équations paramétriques d'un segment de droite	300
	Jean Robert Argand (note historique)	301
10.4	EXERCICES	301
	RÉSUMÉ DU CHAPITRE 10	303
	VOCABULAIRE EMPLOYÉ DANS LE CHAPITRE 10	304
	PRÉPARATION À L'ÉVALUATION	305

CHAPITRE 11

LE PLAN DANS \mathbb{R}^3

11.0	PRÉAMBULE	307
11.1	ÉQUATIONS DE PLANS DANS \mathbb{R}^3	309
	Équation cartésienne d'un plan dans \mathbb{R}^3	309
	Vecteur normal à un plan	309
	Représentations graphiques de plans de \mathbb{R}^3	310
	Équation vectorielle et équations paramétriques de plans dans \mathbb{R}^3	311
	Vecteur directeur d'un plan	311
	Produit mixte de vecteurs	315
	Calcul du produit mixte	315
	Interprétation géométrique du produit mixte	316
	Emmy Nœther (note historique)	318
11.2	EXERCICES	318
11.3	INTERSECTIONS, ANGLES ET DISTANCES	321
	Positions relatives de plans dans \mathbb{R}^3	321
	Calcul d'angles dans \mathbb{R}^3	323
	Angle entre deux plans sécants	323
	Distance d'un point à un plan dans \mathbb{R}^3	324
	Distance entre deux plans parallèles	325
	Le point le plus rapproché	325
11.4	EXERCICES	327
	RÉSUMÉ DU CHAPITRE 11	329
	VOCABULAIRE EMPLOYÉ DANS LE CHAPITRE 11	329
	PRÉPARATION À L'ÉVALUATION	330

CHAPITRE 12

LA DROITE ET LES SURFACES DANS \mathbb{R}^3

12.0	PRÉAMBULE	331
12.1	ÉQUATIONS DE DROITES DANS \mathbb{R}^3	333
	Équations de droites dans \mathbb{R}^3	333
	Un point et un vecteur directeur sont connus	333
	Deux points sont connus	335
	La droite, intersection de plans	336
	Positions relatives de droites dans \mathbb{R}^3	337
	Positions relatives d'une droite et d'un plan dans \mathbb{R}^3	339
	Droite et plan parallèles	340
	Droite et plan concourants	340
	Sofya KOVALEVSKAYA (note historique)	342
12.2	EXERCICES	342
12.3	ANGLES, DISTANCES ET SURFACES DANS \mathbb{R}^3	345
	Calcul d'angles	345
	Angle entre une droite et un plan	345
	Angle entre deux droites	346
	Calcul de distances	346
	Distance d'un point à une droite	346
	Le point d'une droite le plus près d'un point donné	347
	Distance entre deux droites	349
	Surfaces dans l'espace	351
	Surfaces comportant une génératrice	352
	Surfaces sans génératrice	355
12.4	EXERCICES	357
	RÉSUMÉ DU CHAPITRE 12	359
	VOCABULAIRE EMPLOYÉ DANS LE CHAPITRE 12	360
	PRÉPARATION À L'ÉVALUATION	361

CHAPITRE 13

EXERCICES DE SYNTHÈSE

	PRÉAMBULE	363
	EXERCICES	365

ANNEXE 1

ACTIVITÉS DE LABORATOIRE, CHIFFRIER ÉLECTRONIQUE

	PRÉAMBULE	373
	La feuille d'Excel	374
	Laboratoire 1 : Opérations matricielles sur Excel	375
	Laboratoire 2 : Systèmes d'équations linéaires	378
	Laboratoire 3-A : Déterminant et système d'équations	381
	Laboratoire 3-B : Déterminant et produit de matrices	382
	Laboratoire 4-A : Matrice inverse	384
	Laboratoire 4-B : Matrice inverse et circuit électrique	385

ACTIVITÉS DE LABORATOIRE, LOGICIEL DE CALCUL SYMBOLIQUE

PRÉAMBULE	387
La feuille de Maple	388
Laboratoire 1 : Opérations matricielles sur Maple	389
Laboratoire 2 : Systèmes d'équations linéaires	392
Laboratoire 3 : Déterminant et matrice inverse	393
Laboratoire 4 : Vecteurs engendrés et indépendance linéaire	394
Laboratoire 5 : Nombres complexes	395
Laboratoire 6 : Produit de vecteurs	396
Laboratoire 7 : Plans dans \mathbf{R}^3 (équations cartésiennes)	397
Laboratoire 8 : Plans dans \mathbf{R}^3 (équations paramétriques)	398
Laboratoire 9 : Droites dans \mathbf{R}^3	399
Laboratoire 10 : Surfaces de l'espace	400
RÉPONSES AUX EXERCICES	401
BIBLIOGRAPHIE	443
INDEX	445

L'ouvrage permettra au lecteur d'apprendre à appliquer les méthodes de l'algèbre linéaire et de la géométrie vectorielle à la résolution de problèmes. L'organisation de la matière, les exemples, les applications, les exercices ainsi que les laboratoires sont adaptés à la clientèle du programme de sciences de la nature.

Outre les illustrations abondantes, l'approche visuelle novatrice, les mises en situation et les multiples applications font que l'élève comprend mieux les aspects les plus abstraits de la matière et favorisent le transfert de connaissances. Les exercices sont nombreux, pertinents et en cohérence avec les objectifs du cours. Des exercices de synthèse permettent de vérifier la compréhension de l'ensemble des notions présentées.

L'ouvrage a été expérimenté en classe par plusieurs enseignants. De plus, le texte, les exemples et les exercices ont été validés par une imposante équipe de réviseurs compétents.

Professeur au Cégep de Lévis-Lauzon depuis 1973, **André Ross** est titulaire d'un baccalauréat en pédagogie de l'Université Laval, d'un baccalauréat en mathématiques de l'Université du Québec à Trois-Rivières et d'une maîtrise en mathématiques de l'Université de Sherbrooke. Il est l'auteur de plus de 15 livres consacrés aux mathématiques, tous parus aux éditions Le Griffon d'argile.

L'ouvrage contient 10 laboratoires à réaliser avec le logiciel de calcul symbolique Maple et 6 laboratoires à réaliser avec le tableur Excel.

SOMMAIRE

Matrices
Systèmes d'équations linéaires
Méthode de Gauss-Jordan et applications
Déterminant et méthode de Cramer
Matrice inverse et applications
Vecteurs géométriques
Combinaisons linéaires de vecteurs géométriques
Vecteurs algébriques
Combinaisons linéaires de vecteurs algébriques
Espaces vectoriels et transformations linéaires
Nombres complexes
Produits de vecteurs
La droite dans \mathbb{R}^2
Le plan dans \mathbb{R}^3
La droite et les surfaces dans \mathbb{R}^3
Exercices de synthèse
Réponses

Laboratoires Maple

Opérations matricielles sous Maple
Systèmes d'équations linéaires
Déterminant et matrice inverse
Vecteurs engendrés et indépendance linéaire
Nombres complexes
Produits de vecteurs
Plans dans \mathbb{R}^3 (équations cartésiennes)
Plans dans \mathbb{R}^3 (équations paramétriques)
Droites dans \mathbb{R}^3
Surfaces de l'espace

Laboratoires Excel

Opérations matricielles sous Excel
Systèmes d'équations linéaires
Déterminant et système d'équations
Déterminant et produit de matrices
Matrice inverse
Matrice inverse et circuit électrique

Applications

Chaînes de Markov, point invariant, équations chimiques, débits dans un réseau, analyse de circuits électriques, cryptographie, vecteurs et forces, travail, moment, etc.



les éditions
Le Griffon d'argile

Membre du Groupe Modulo



9 782894 431993